

найбільш оптимальним як з точки зору якості обслуговування покупців, так і за завантаженістю провізорів. При такій кількості вікон сумарна черга до всіх них у середньому відсутня, та не перевищує 4 покупця. Час чекання у черзі складає у середньому півтори хвилини, та не перевищує 7 хвилин. Таке обслуговування є цілком прийнятним для покупців. З іншого боку, провізори завантажені роботою 90-95% робочого часу, що є надзвичайно високим, практично максимальним показником ефективності їх використання. Натомість, зменшення кількості вікон призведе до значних черг та часу очікування покупців, а збільшення – до простою персоналу аптеки.

**Подальший розвиток моделі.** Представлену модель передбачається розвинути для врахування ряду додаткових чинників. Так, при наявності черги або великого часу очікування покупець може залишити аптеку. Також можливим є повернення покупця до черги після першого обслуговування для додаткового придбання ліків. Особливим випадком є наявність в аптеці консультативних послуг лікаря, якими користується частка покупців. Також можливе визначення оптимального числа вікон продажу ліків шляхом порівняння вартості функціонування вікна та потенційних втрат внаслідок залишення покупцями аптеки при великій черзі та часі очікування. Ці моделі розроблені та будуть представлені в подальших публікаціях.

**Висновки.** Таким чином, опрацьовано та представлено імітаційну модель обслуговування покупців ліків в аптечному закладі. Комп'ютерний варіант моделі дає змогу на основі статистичних даних та обчислювального експерименту отримати важливі характеристики обслуговування – наявність черг, час очікування, завантаженість провізорів тощо.

В результаті використання моделі можна суттєво покращити якість обслуговування покупців та оптимізувати організацію роботи самого аптечного закладу. Наведені напрямки подальшого розвитку моделі дозволяють представити й формалізувати процес обслуговування відвідувачів аптечного закладу, визначити загальні напрямки вдосконалення роботи аптеки з урахуванням інтересів як покупців, так і самого підприємства, виконати обґрунтовані економіко-математичні розрахунки стосовно різних можливих варіантів організації обслуговування, роботи персоналу тощо.

**Список літератури:** 1. Мнушко З.М., Софронюк І.В. Аналіз напрямків досліджень з економіки, менеджменту та маркетингу в фармації // Вісник фармації. – 2004. - №4. – С. 53-58. 2. Громошук Б.П., Мокрянін С.М. Проблемні питання логістичного обслуговування споживачів лікарських засобів // Фармац. журн. – 2007. - №5. – С. 14-18. 3. Пестун І.В., Мнушко З.М., Преснякова В.В. Маркетингове інформаційне забезпечення процесу прийняття управлінських рішень в фармації // Фармац. журн. – 2007. - №1. – С. 9-14. 4. Толочко В.М. Управління фармацією. – Х.: Видавництва НФаУ, 2004. – 386 с. 5. Дорохова Л.П. Модель в управлінні // Фармацевтична енциклопедія. – К.: Моріон, 2005. – С. 519-520 6. Довгань С.М. Математичне моделювання в маркетингу. – Дніпропетровськ, 2002. – 194 с. 7. Шеннон Р.Ю. Имитационное моделирование систем – наука и искусство. – М., 1978. – 598 с.

Надійшла до редколегії 18.12.08

**А. В. ГОРЕЛЫЙ**, канд. техн. наук, профессор каф. АСУ НТУ «ХПИ»,  
**Н. А. КОВАЛЕНКО**, студентка НТУ «ХПИ»

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТИ УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ Г. ХАРЬКОВА

В статті пропонуються методи прогнозування змінювання чисельності учнів загальноосвітніх учбових закладів м. Харкова. Зроблені висновки про найбільш ефективний метод, який можливо застосувати для такого прогнозування та обрано найбільш придатну модель для прогнозування змінювання чисельності учнів.

В статье предлагаются методы прогнозирования изменения численности учащихся общеобразовательных учебных заведений г. Харькова. Сделаны выводы о наиболее эффективном методе, который может быть применен для такого прогнозирования и выбрана наиболее подходящая для прогнозирования изменения численности учащихся модель.

In the article methods of forecasting of change of number of pupils of general educational institutions of Kharkov are offered. Conclusions are drawn on the most effective method which can be applied to such forecasting and the most suitable model for forecasting of change of number of pupils is chosen.

**Введение.** С начала 90-х годов прошлого столетия по Украине в целом наблюдалось значительное снижение рождаемости, что было вызвано, в основном, низким уровнем жизни населения. В связи с этим каждый год уменьшалось количество первоклассников, и, соответственно, уменьшалось количество общеобразовательных учебных заведений. Однако за последние несколько лет наметилась тенденция повышения рождаемости. Кроме того, существующие школы строились из расчета одиннадцатилетней системы обучения, которая на самом деле была десятилетней, так как практически во всех школах отсутствовал четвертый класс. Но с 2001/2002 учебного года все украинские школы перешли на двенадцатилетнее обучение.

На сегодняшний день не наблюдается ни переизбытка, ни недостатка в общеобразовательных учебных заведениях, но есть основания предполагать, что уже через несколько лет ситуация может измениться, и, соответственно, может потребоваться большее или меньшее число школ по сравнению с числом функционирующих сегодня. Пока нельзя точно говорить о том, что рождаемость будет увеличиваться или уменьшаться, появившаяся тенденция может быть просто выбросом.

**Постановка задачи.** Перед автором стояла задача изучить существующие методы перспективного исчисления населения и с их помощью выбрать модель, которая наилучшим образом подходит для прогнозирования изменения численности учащихся общеобразовательных учебных заведений г. Харькова. Выбранную модель необходимо уточнить с

использованием априорной информации о самой модели с целью повышения точности прогноза.

**Методы демографического прогнозирования.** В настоящее время для прогнозирования общего уровня рождаемости применяются различные методы, начиная от простой экстраполяции ее тенденций в будущее, до попыток разработки и применения математических моделей, учитывающих взаимосвязь уровня рождаемости и социально-экономических факторов, ее определяющих. Самым простым методом является экстраполяция тенденций суммарного коэффициента рождаемости на будущее с помощью той или иной математической функции. Определив тренд суммарного коэффициента рождаемости, его продлевают в будущее. Метод экстраполяции обычно применяется для прогнозирования рождаемости в странах с высоким ее уровнем. Другим методом прогнозирования повозрастных коэффициентов рождаемости является референтный метод. Сравнение прогнозируемого населения производится не столько с уровнями повозрастных или суммарных коэффициентов рождаемости «продвинутых» населений, сколько с распространенностью и особенностями практики применения средств контрацепции и искусственного прерывания беременности. Кроме того, достаточно широкое распространение имеют специализированные демографические модели, разрабатывавшиеся с учетом всех особенностей прогнозирования изменения социального и половозрастного состава населения.

**Выбор метода прогнозирования.** Вначале для прогнозирования рождаемости был выбран один из методов прогнозирования, основанных на применении математических функций, а именно аппроксимация изменения рождаемости с помощью базисных функций с применением метода наименьших квадратов. Математические методы применяются при прогнозировании численности населения небольших территорий (например, регионов той или иной страны). Проведенное исследование показало, что наилучшие результаты (дающие наименьшие отклонения теоретических значений от эмпирических) позволяет получить аппроксимация с использованием в качестве базисных функций степеней  $x$ , т.е.  $f_i(x) = x^i$ . Достаточно популярное использование в качестве базиса полиномов Чебышева в данной работе не нашло применения, так как эти полиномы дают хорошие результаты только при интерполяции, а получаемые при экстраполяции результаты имеют очень большую погрешность. При прогнозировании с помощью взвешенного метода наименьших квадратов осуществлялась проверка на гетероскедастичность с помощью теста ранговой корреляции Спирмана.

Проведенные исследования прогнозируемого изменения рождаемости показали достаточно высокую точность результатов, получаемых с помощью данных методов. Однако при таком подходе применяется узкая трактовка

воспроизводства населения как количественного процесса, изменения только возрастных структур населения, без учета миграции. В частности, не учитывается возможная смена места жительства детьми, рожденными в районе, а также то, что не все родившиеся в районе дети пойдут учиться только в школы этого района. Таким образом, возникла задача более точного прогнозирования изменения численности учащихся школ района с точки зрения широкой трактовки процесса воспроизводства населения, при которой учитывается миграция.

Рассмотрим одну из модификаций классической модели социально-возрастного состава населения. Предположим, что население дифференцировано только по уровню образования. Обозначим общее число уровней образования  $G$ , они пронумерованы в порядке возрастания,  $j = \overline{1, G}$ . Вектор образовательного состава населения в момент времени  $t$  состоит из  $G$  компонент:

$$x(t) = [x^1(t), \dots, x^j(t), \dots, x^G(t)]^T.$$

Каждая  $j$ -я компонента его представляет собой численность населения с  $j$ -м уровнем образования в момент  $t$ .

Модель динамики образовательного состава населения имеет вид:

$$\bar{x}(t+1) = [F(t)A(t) + B(t)]\bar{x}(t) + \bar{y}(t+1).$$

Здесь  $\bar{x}(t+1)$  - вектор образовательного состава населения на прогнозируемый момент времени  $t+1$ ,  $A(t)$  - матрица параметров естественного движения населения на момент  $t$  (ее элементы - вероятности перехода индивидуума из одной возрастной группы в другую, иными словами - вероятности дожить до определенного возраста),  $F(t)$  - матрица параметров социального движения населения на момент  $t$ ,  $B(t)$  - матрица параметров рождаемости на момент  $t$ , элементы которой представляют собой вероятность рождения ребенка у женщин  $k$ -й возрастной группы.

Подробно вид матриц  $A(t)$ ,  $F(t)$ ,  $B(t)$  в данной статье не рассматривается.

**Уточнение выбранной модели.** Очевидно, что ни один из методов прогнозирования не позволяет получить полностью точные и достоверные результаты. Это обусловлено, прежде всего, ошибками, которые могли иметь место при формировании прогнозной модели, определении прогнозного фона и т.д. При этом речь идет о систематических ошибках. Такие ошибки обычно накапливаются, суммируются, что в результате делает прогноз заведомо ошибочным и неприемлемым при разработке управляющих решений. Таким образом, проблема точности прогноза стоит достаточно остро. Решить эту проблему можно несколькими способами. Во-первых, можно увеличить

объем выборки, что позволит точнее оценить параметры модели, однако это не всегда возможно. Во-вторых, можно уточнить саму модель путем добавления в нее корректирующего компонента. Именно второй подход был выбран автором для уточнения модели динамики образовательного состава населения. Уточнение модели осуществлялось методом динамической фильтрации, при котором адаптация модели осуществляется рекуррентно при получении каждой новой точки ряда. В качестве метода адаптивной фильтрации был выбран фильтр Калмана, предназначенный для рекурсивного дооценивания вектора состояния априори известной динамической системы. При данном методе для уточнения прогноза используется априорная информация о самой модели. Метод динамической фильтрации Калмана позволяет «обучать» и уточнять модель на каждом новом шаге прогнозирования, тем самым повышая точность прогноза.

Таким образом, уточненная с помощью фильтра Калмана модель имеет вид:

$$\hat{\bar{x}}(t+1) = \bar{x}(t+1) + K_{t+1} \tilde{y}_{t+1} = [F(t)A(t) + B(t)]\bar{x}(t) + K_{t+1} \tilde{y}_{t+1}.$$

Здесь  $K_{t+1}$  - оптимальный по Калману коэффициент усиления,  $\tilde{y}_{t+1}$  - математическая невязка прогнозного значения вектора состояний относительно измерений. После получения данных о реальном значении прогнозируемого вектора состояний модель прогноза уточняется путем расчета невязки прогнозного и действительного значений. Такой подход позволяет модели прогнозирования «обучаться» на каждом новом шаге прогноза, что позволяет повысить точность и достоверность прогноза численности учащихся общеобразовательных учебных заведений.

**Заключение.** Выбранная и уточненная методом динамической фильтрации модель позволит определить перспективы изменения численности учащихся, а также на основании полученных результатов необходимое в соответствии с предполагаемыми изменениями число учебных заведений, учителей, учебной литературы и т.д., что позволит планировать затраты на сферу общего среднего образования, которые должны быть заложены в районный и областной бюджет.

**Список литературы:** 1. Медков В.М. Демография: Учебное пособие. Серия «Учебники и учебные пособия» - Ростов-на-Дону: Феникс, 2002. 2. Шелестов Д.К. Демография: история и современность - М., 1993. 3. Вишневский А.Г. Воспроизводство населения и общество: История, современность, взгляд в будущее - М., 1982. 4. Бахметова Г.Ш. Современные методы демографического прогнозирования - М., 1999. 5. Тихомиров Н.П. Демография. Методы анализа и прогнозирования - М.: - Издательство «Экзамен», 2005. 6. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева - М.: - Издательство «Логос», 2006. 7. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы - М., 1999.

Поступила в редколлегию 08.12.08

**О.В. СЕРАЯ**, канд. техн. наук, доцент НТУ «ХПИ»

## ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Запропоновано метод отримання Парето-оптимальної безлічі розв'язань транспортної задачі по критеріях «сумарна вартість – максимальний час перевезень», яка забезпечує вибір компромісного розв'язання.

Предложен метод получения Парето-оптимального множества решений транспортной задачи по критериям «суммарная стоимость – максимальное время перевозок», которое обеспечивает выбор компромиссного решения.

The method of receipt Pareto - optimum great number of decisions of a transport task which provides the choice of compromise decision on criteria a «total cost - maximal time of transportations» is offered.

**Введение.** В практике планирования и организации транспортировок грузов традиционно используются две разные математические модели: транспортная задача по критерию стоимости (при этом минимизируется суммарная стоимость перевозок) и транспортная задача по критерию времени (при этом минимизируется максимальная из продолжительностей перевозок). Эти задачи альтернативны в том смысле, что их оптимальные планы, как правило не совпадают (кратчайший по времени маршрут не обязательно самый дешевый). Технологии решения этих задач хорошо отработаны [1-3] и конструктивно учитывают специфику и особенности постановок каждой из них. По этой причине они принципиально различны и их объединение в единую вычислительную процедуру очень проблематично. Вместе с тем при решении практических задач транспортной логистики возникает потребность в решении, например, таких задач: а) найти план перевозок, минимизирующий суммарную стоимость перевозок при условии, что наибольшая продолжительность из них не превосходит заданную; б) найти план транспортировок, минимизирующий максимальную из продолжительностей перевозок, при условии, что их суммарная стоимость не превосходит заданную. Разработка метода решения таких задач представляет теоретический и практический интерес.

**Цель статьи** - разработка технологии отыскания компромиссного решения транспортных задач линейного программирования по критериям – суммарная стоимость и максимальная продолжительность транспортировки.

**Постановка задачи.** Пусть имеется  $m$  центров – поставщиков груза и  $n$  центров его потребления. При этом заданы:

$a_i$  - объем груза, который нужно перевезти от  $i$ -го поставщика;

$b_j$  - объем груза, который нужно привезти к  $j$ -му потребителю;